

## Επίλυση Διαφορικής Εξίσωσης

Σε ένα τμήμα Γ' Λυκείου κατεύθυνσης, οι μαθητές κλήθηκαν να λύσουν το παρακάτω πρόβλημα:

«Να βρείτε τη γενική μορφή της συνάρτησης  $f$  με  $f(x) \neq 0$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει  $f'(x) = (f(x))^2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ »

Ένας μαθητής εργάζεται πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα ως εξής:

**Μαθητής:** Αυτή η μορφή μου φαίνεται γνώριμη. Θα μεταφέρω το  $f(x)$  ως εξής:

$$\frac{1}{(f(x))^2} f'(x) = 1$$

Τώρα, ολοκληρώνω και τα δύο μέλη:

$$\int \frac{1}{(f(x))^2} f'(x) dx = \int 1 dx$$

Αυτό δίνει:

$$-\frac{1}{f(x)} = x \quad \text{ή} \quad f(x) = -\frac{1}{x}$$

Το πρόβλημα ζητά τη γενική μορφή, οπότε χρειάζεται να προσθέσω τη σταθερά. Επομένως, η γενική μορφή πρέπει να είναι:

$$f(x) = -\frac{1}{x} + C$$

Ας ελέγξω τώρα την απάντηση που δίνεται στο λυσάρι ... [κοιτάει] Χμμμ, η απάντηση είναι:

$$f(x) = -\frac{1}{x+C}$$

Όχι, δε γίνεται να είναι σωστή αυτή η απάντηση. Το λυσάρι έχει τυπογραφικό λάθος, δεν είναι και η πρώτη φορά!

### Ερωτήσεις:

- Ποια είναι η λύση αυτού του μαθηματικού προβλήματος;
- Με ποιους στόχους θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί αυτό το πρόβλημα στην τάξη;
- Ποια είναι τα ζητήματα που ανακύπτουν από αυτό που κάνει και λέει ο μαθητής;
- Τι θα λέγατε σε αυτό το μαθητή καθώς και σε όλη την τάξη;